

Solve[a A == c A + d / A^2 && c B + d / B^2 == b / B^2 - E0 B &&

a == ε_r (c - 2 d / A^3) && ε_r (c - 2 d / B^3) == -2 b / B^3 - E0, {a, b, c, d}]

$$\left\{ \left\{ a \rightarrow - \frac{9 B^3 E_0 \epsilon_r}{-2 A^3 + 2 B^3 + 4 A^3 \epsilon_r + 5 B^3 \epsilon_r - 2 A^3 \epsilon_r^2 + 2 B^3 \epsilon_r^2}, \right. \right.$$

$$b \rightarrow - \frac{-A^3 B^3 E_0 + B^6 E_0 - A^3 B^3 E_0 \epsilon_r + B^6 E_0 \epsilon_r + 2 A^3 B^3 E_0 \epsilon_r^2 - 2 B^6 E_0 \epsilon_r^2}{-2 A^3 + 2 B^3 + 4 A^3 \epsilon_r + 5 B^3 \epsilon_r - 2 A^3 \epsilon_r^2 + 2 B^3 \epsilon_r^2},$$

$$c \rightarrow - \frac{3 B^3 E_0 (1 + 2 \epsilon_r)}{-2 A^3 + 2 B^3 + 4 A^3 \epsilon_r + 5 B^3 \epsilon_r - 2 A^3 \epsilon_r^2 + 2 B^3 \epsilon_r^2},$$

$$d \rightarrow \left. \frac{3 A^3 B^3 E_0 (-1 + \epsilon_r)}{2 A^3 - 2 B^3 - 4 A^3 \epsilon_r - 5 B^3 \epsilon_r + 2 A^3 \epsilon_r^2 - 2 B^3 \epsilon_r^2} \right\} \right\}$$

Normal[Series[-2 A^3 + 2 B^3 + (4 A^3 + 5 B^3) ε_r - 2 (A^3 - B^3) ε_r², {A, 0, 3}, {B, 0, 3}]]

$$A^3 (-2 + 4 \epsilon_r - 2 \epsilon_r^2) + B^3 (2 + 5 \epsilon_r + 2 \epsilon_r^2)$$

Factor[(-2 + 4 ε_r - 2 ε_r²)]

$$-2 (-1 + \epsilon_r)^2$$

Factor[2 + 5 ε_r + 2 ε_r²]

$$(2 + \epsilon_r) (1 + 2 \epsilon_r)$$